Compétence ______ : Savoir calculer une puissance d'exposant positif

Leçon

Définition

Pour tout nombre entier positif non nul n et pour tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \,.......... \times a}_{n\ facteurs}$$

Par convention $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

a^n est appelé puissance n-ème de a et n est appelé l'exposant.

Exemples

$2^5 =$

$(-3)^4 =$

$-3^4 =$

Puissance de 10 exposant positif

Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times ... \times 10}_{n\ facteurs} = 1\underbrace{0.........0}_{n\ zéros}$$

Exemple

$10^6 =$

Exercices :

Exercice 1 :

Écrire chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs.

a) $2^7 =$

b) $(-3)^5 =$

c) $1{,}25^4 =$

d) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^5 =$

Exercice 2 :

Écrire chaque nombre sous la forme a^n.

a) 4 = ...
b) 8 = ...
c) -8 = ...
d) 27 = ...
e) 81 = ...
f) 10 000 = ...
g) 625 = ...

Exercice 3 :

Calculer mentalement.

a) $(-5)^2$
b) $(-9)^2$
c) -5^2
d) -9^2

e) -1^6
f) $(-1)^6$
g) $(-12)^0$
h) $(-25)^1$

Correction : Ex1 : a)$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ - Ex2 : a) $4 = 2^2$ b)$8 = 2^3$ c)$-8 = -2^3$

Leçon

	8	=	2×2×2	=	2^3		
÷ 2	4	=	2×2	=	2^2		
÷ 2	2	=		=	$2^{\cdots}$		
÷ 2	1	=		=	$2^{\cdots}$		
÷ 2	$\frac{1}{\dots}$	=	$\frac{1}{\dots}$	=	$2^{\cdots}$	=	$\frac{1}{2^{\cdots}}$
÷ 2	$\frac{1}{\dots}$	=	$\frac{1}{\dots\dots\dots\dots}$	=	$2^{\cdots}$	=	$\frac{1}{2^{\cdots}}$
÷ 2	$\frac{1}{\dots}$	=	$\frac{1}{\dots\dots\dots\dots\dots}$	=	$2^{\cdots}$	=	$\frac{1}{2^{\cdots}}$

$\boxed{a^1 = \dots}$

$\boxed{a^0 = \dots}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots\dots\dots \times a \times a}$$

Définition :

Pour tout nombre entier positif non nul n et pour tout nombre relatif a :

$$\mathbf{a}^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\ facteurs}}$$

Exemple :

$5^{-3} =$

Propriétés :

$a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a.

$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0\dots\dots\dots\dots01}_{n\ chiffres}$

Exemples :

$10^{-5} =$

Exercices

Exercice 1 :

Exprimer sous la forme d'une fraction ou d'écriture fractionnaire.

a) 2^{-3}
b) $(-5)^{-3}$
c) 3^{-2}
d) 7^{-1}
e) 10^{-3}

Exercice 2 :

Exprimer chaque puissance sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$
b) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-3}$
c) $\left(\frac{9}{5}\right)^{-4}$
d) $-\left(\frac{11}{20}\right)^{-2}$

Exercice 3 :

Écrire chaque nombre sous la forme a^{-n}.

a) $\frac{1}{8}$
b) -$\frac{1}{8}$
c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{9}{4}$
e) $\frac{1}{y^2}$

Exercice 4 :

Coche pour donner le signe de ces nombres. Vérifie ensuite à la calculatrice.

Nombre	Positif	Négatif
$(-3)^7$		
-3^{126}		
12^{-1}		
$(-3)^{-78}$		

Correction : Ex1 : $\frac{1}{8}$ - Ex2 a)$\frac{16}{9}$ b)-8 c)$-\frac{400}{121}$ - Ex3 : a)2^{-3}

Leçon

Définition :

Ecriture scientifique d'un nombre décimal

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et où n est un nombre entier relatif.

$7{,}328 \times 10^5$

Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) × une puissance de 10

Méthode :

Pour écrire un nombre en écriture scientifique, il faut identifier à quelle puissance de 10 correspond le premier chiffre significatif. (premier chiffre non nul en partant de la gauche)

A = 8 $\underbrace{300\,000}_{\text{6 chiffres jusqu'à celui des unités}}$

Le 8 correspond aux millions donc à 10^6

donc A = $8{,}3 \times 10^6$ ← *Écriture scientifique*

B = 0, $\underbrace{000\,000\,4}_{7^e \text{ rang après la virgule}}$56

Le 4 correspond aux dix-millionièmes, donc à 10^{-7}

donc B = $4{,}56 \times 10^{-7}$ ← *Écriture scientifique*

Exemple :

1) 4 500 000 =
2) 21 700 =
3) 0,000 086 =

Remarque :

On peut utiliser les unités suivantes pour exprimer les puissances de 10 :

Nano	Micro	Milli	Kilo	Méga	Giga	Téra
10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^3	10^6	10^9	10^{12}

Puissance de 10

Une puissance de 10 se note : $\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ fois}} = 10^n$ où n est un entier supérieur ou égal à 2 appelé exposant.

On décale la virgule de n rangs vers la droite :

$1{,}968 \times 10^2 = 196{,}8$

$10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$; $10^0 = 1$; $10^1 = 10$

On décale la virgule de n rangs vers la gauche :

$1{,}968 \times 10^{-2} = 0{,}01968$

Exercices

Exercice 1 :

Donner l'écriture décimale de chaque nombre.

a) 1,35 $\times$ 10^5

b) 6,05 $\times$ 10^2

c) 4,52 $\times$ 10^{-5}

d) 2 $\times$ 10^{-4}

e) 5,123 $\times$ 10^4

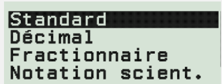
f) 1,345 $\times$ 10^{-3}

Méthode :

Pour passer de l'écriture décimale à l'écriture scientifique sur la calculatrice CASIO il faut :

1 - Appuyer sur la touche FORMAT

2 - Sélectionner à l'aide des flèches le format désiré et appuyer sur la touche OK



Exercice 2 :

Compléter.

a) 1,45 $\times$ $10^{\cdots}$ = 14 500

b) 4,5 $\times$ $10^{\cdots}$ = 0,045

c) 6,3 $\times$ $10^{\cdots}$ = 6 300

d) ... $\times$ 10^{-2} = 85

e) ... $\times$ 10^4 = 7,1

f) ... $\times$ 10^{-3} = -0,063

Exercice 3 :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

a) 346 000 000

b) 704 000

c) 0,000 127 29

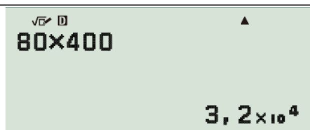
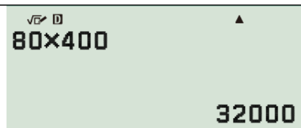
d) 0,000 000 01

e) Dix-sept-milliards

f) Trente-deux-millionièmes

Exercice 4 :

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide de la calculatrice :

Opération	Affichage en écriture scientifique	Ecriture entière (mode normal)
80 x 400		
63 $\div$ 300 $\div$ 7000		
8500 x 7200 x 2500		
57 $\div$ 2000000 $\times$ 2000		

Correction : Ex1 a)135000 b)605 c)0,0000452 - Ex2 a)$1,45 \times 10^4$ b)$4,5 \times 10^{-2}$ - Ex3 a)$3,46 \times 10^8$ c)$1,2729 \times 10^{-4}$ - Ex4 a)écriture scientifique 3×10^{-4} écriture décimale 0,0003

Leçon

Préfixes scientifiques

On utilise les préfixes scientifiques pour exprimer des grandeurs dans des unités adaptées.

Symbole	T	G	M	k	h	da		d	c	m	µ	n
Préfixe	téra	giga	méga	kilo	hecto	déca		déci	centi	milli	micro	nano
10^n	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

par cœur

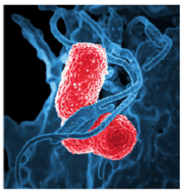
$\times 10^3$ $\times 10^3$ $\times 10^3$ ⚠ $\div 10^3$ $\div 10^3$ ⚠

Méthode :

Capacité d'un disque dur :
1 **To**, soit un **téraoctet**,
soit 1×10^{12} **octets**

Puissance d'un réacteur nucléaire :
environ 1 **GW**, soit 1 **gigawatt**,
soit 1×10^9 **W**

Taille d'un fichier audio mp3 :
3,28 **Mo**, soit 3,28 **mégaoctets**,
soit 3,28 × 10^6 **octets**



Taille d'une bactérie :
environ 2 **µm**, soit deux **micromètres**,
soit 2×10^{-6} **m**

Exercices :

Exercice 1 :

Convertir des unités de mesure simples

a) 0,0235 mm en μm
1 mm = ...μm
donc 0,0235 mm = 0,0235 × 1 mm
= 0,0235 × ....μm
= ....μm
Les μm sont 1 000 fois plus .... que les mm donc il en faut 1 000 fois .... pour la même quantité.

b) 4 300 Mo en Go 1 Mo = ...Go
donc 4 300 Mo = 4 300 × 1 Mo
= 4 300 × ....Go
= ....Go
Les Go sont 1 000 fois plus .... que les Mo donc il en faut 1 000 fois .... pour la même quantité.

Exercice 2 :

Écrire les valeurs en utilisant le préfixe le mieux adapté :

a) $3 \times 10^{-2} \times 10^8 =$
b) $1000 \times 10^3 \times 10^6 =$

Compétence ______ : Savoir faire des opérations sur les puissances

Leçon

Découverte :

Exprimer sous la forme d'une puissance :

$(2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) =$
$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) =$

$\dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} =$

$\dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} =$

$(2 \times 2 \times 2)^2 = (.................) \times (.................) =$

Comparer :$(2 \times 4)^2$ avec $2^2 \times 4^2$

Opérations sur les puissances

Si a est un nombre relatif et n et m deux nombres entiers alors on a :

- $a^n \times a^m =$..............
- $\dfrac{a^n}{a^m} =$ ....
- $(a^n)^m =$ ....
- $(a \times b)^n =$..............

Exemples :

a) Compléter $\dfrac{2^7}{2^4} = \dfrac{......................................}{......................................} =$ ....

b) $2^3 \times 2^5 =$ .... $\times$ .... $=$ ....

c) $(2^3)^3 =$ .... $\times$ .... $\times$ .... $=$ ....

Exercices

Exercice 1 :

Calculer.

a) $10^3 \times 10^4 =$
b) $\dfrac{10^6}{10^3} =$
c) $(10^8)^3 =$
d) $10^{-6} \times 10^4 =$

Exercice 2 :

Luc a placé un capital de 1 500 € à sa banque le 1er Janvier 2025 à un taux d'intérêt annuel de 2%. Cela signifie que chaque année la banque rajoute au capital 2% au capital de l'année précédente.

Quel sera le capital de Luc (donner l'écriture sous la forme d'une puissance puis la valeur) :

— le 1er Janvier 2026
— le 1er Janvier 2027
— le 1er Janvier 2030
Correction 01/01/2027 : 1560,6 €